

Laser cooling

理学部物理学科4年

学籍番号 95041009

伊東 健一

. INTRODUCTION

レーザー冷却

- ドップラー冷却
- 偏光勾配冷却
- 誘導冷却
- Coherent trapping による冷却

1985 年 Steven Chu らによる “Na 原子の 3 次元
的ドップラー冷却”の実験

1995 年 Bose-Einstein 凝縮の実現

1997 年 Steven Chu らにノーベル賞

Laser cooling of atoms

D. J. Wineland

Frequency and Time Standards Group, National Bureau of Standards, Boulder, Colorado 80303

Wayne M. Itano*

*Department of Physics, Harvard University, Cambridge, Massachusetts 02138**(Received 16 May 1979)*

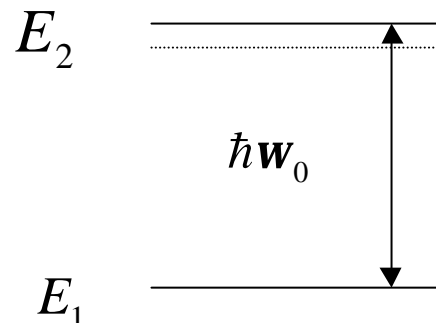
Various aspects of the laser cooling of atoms are investigated theoretically. More generally, the authors investigate a process through which the kinetic energy of a collection of resonant absorbers can be reduced by irradiating these absorbers with near-resonant electromagnetic radiation. The process is described here as anti-Stokes spontaneous Raman scattering. Cooling mechanisms, rates, and limits are discussed for both free and bound atoms.

- ドップラー冷却の原理
- 最適なレーザーの周波数
- 冷却の限界

原子のレーザー冷却

- 束縛されていない原子ガス

右図のような2準位
エネルギーを持ち、
その共鳴周波数を ω_0
とする。



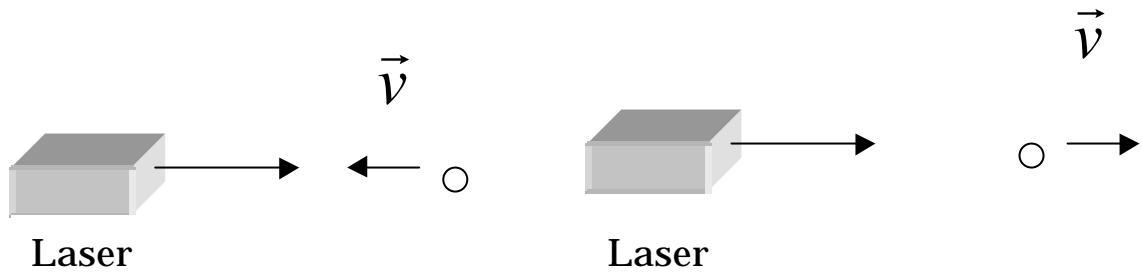
この原子の自然幅を γ とする。

(輻射寿命 $t = 1/\gamma$)

- レーザー

単色で指向性が高く、強度の弱いもの。

よりわずかに低い周波数で発振する。



ω_0 よりわずかに低い周波数

の原子よりも の原子の方が高い確率で光を散乱

光を吸収する過程

原子は $\hbar\vec{k}$ の運動量をもらう
(\vec{k} はフォトンの波数ベクトル)

光を自然放出する過程

原子は有限の運動量変化をする
フォトン放出する方向の平均をとるとゼロ
運動量変化は平均で ゼロ

平均の速度変化

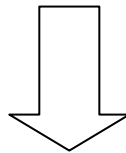
$$\Delta\vec{v} \cong \frac{\hbar\vec{k}}{M}$$

(M は原子の質量)

Recoil energy による加熱効果

原子が光を自然放出する過程

原子の運動量変化は
1つの値に決められない



加熱効果

加熱効果を特徴付ける量として以下の量を定義する。

$$R = \frac{(\hbar k)^2}{2M}$$

この R を Recoil Energy という。

ω_{abs} ; フォトンを受取るするときのレーザーの周波数

ω_{em} ; フォトンを受然放出するときのフォトンの周波数

$$\omega_{abs} = \omega_0 + \vec{k}_{abs} \cdot \vec{v} + R/\hbar \quad (1a)$$

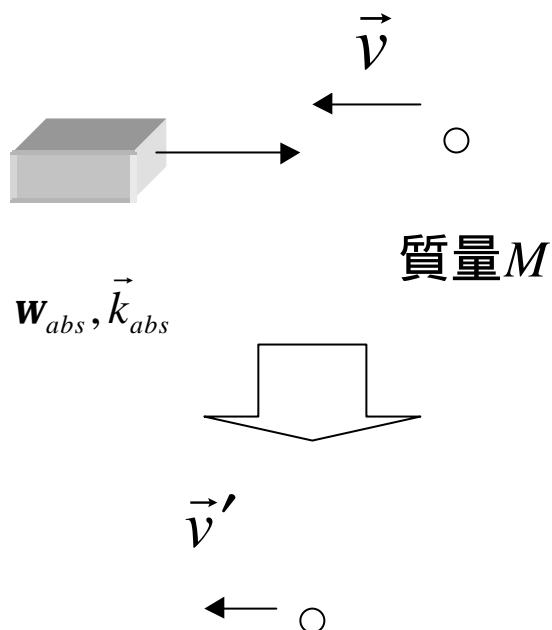
$$\omega_{em} = \omega_0 + \vec{k}_{em} \cdot \vec{v}' - R/\hbar \quad (1b)$$

$|\vec{k}_{abs}| = \omega_{abs}/c, |\vec{k}_{em}| = \omega_{em}/c, \vec{v} =$ 基底状態にいる原子の

速度, $\vec{v}' =$ 励起状態にある原子の速度, $c =$ 光速

, $\hbar \cdot 2\pi =$ Planck 定数

(1a)式の導き方



運動量の保存

$$M\vec{v} + \hbar\vec{k}_{abs} = M\vec{v}',$$

エネルギーの保存

$$E_1 + \frac{1}{2}M|\vec{v}|^2 + \hbar\omega_{abs} = E_2 + \frac{1}{2}M|\vec{v}'|^2$$

ここで、

$$E_2 - E_1 = \hbar \mathbf{w}_0$$

を使えばエネルギーの式は

$$\hbar \mathbf{w}_0 = \frac{1}{2} M (|\vec{v}|^2 - |\vec{v}'|^2) + \hbar \mathbf{w}_{abs}$$

となり、この式に運動量保存の式よりられる

$$\vec{v}' = \frac{M\vec{v} + \hbar \vec{k}_{abs}}{M}$$

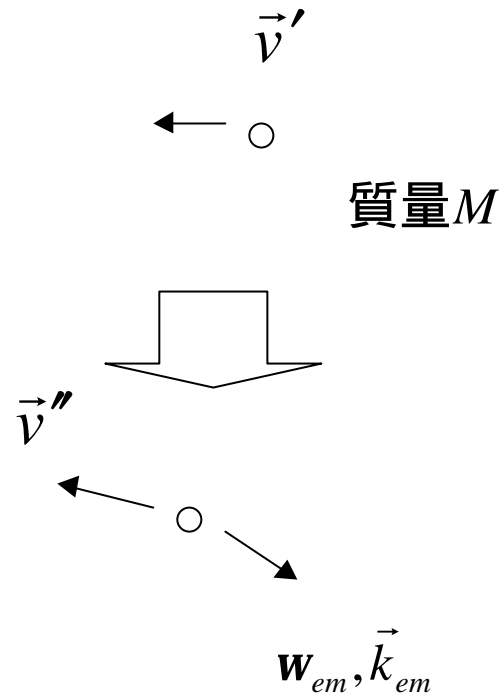
を代入すると、

$$\mathbf{w}_{abs} = \mathbf{w}_0 + \vec{k}_{abs} \cdot \vec{v} + \frac{\hbar^2 |\vec{k}_{abs}|^2}{2M\hbar}$$

となる。

ここで、 $\frac{\hbar^2 |\vec{k}_{abs}|^2}{2M}$ は recoil energy R に相当するので、(1a)は導けたことになる。

(1b)式の導き方



運動量の保存

$$M\vec{v}' = M\vec{v}'' + \hbar\vec{k}_{em}$$

エネルギーの保存

$$E_2 + \frac{1}{2}M|\vec{v}'|^2 = E_1 + \frac{1}{2}M|\vec{v}''|^2 + \hbar w_{em}$$

ここで、

$$E_2 - E_1 = \hbar \omega_0$$

を使えばエネルギーの式は

$$\hbar \omega_0 = \frac{1}{2} M (|\vec{v}''|^2 - |\vec{v}'|^2) + \hbar \omega_{em}$$

となり、この式に運動量保存の式よりられる

$$\vec{v}'' = \frac{M\vec{v}' - \hbar \vec{k}_{em}}{M}$$

を代入すると、

$$\omega_{abs} = \omega_0 + \vec{k}_{em} \cdot \vec{v} - \frac{\hbar^2 |\vec{k}_{em}|^2}{2M\hbar}$$

となる。

ここで、 $\frac{\hbar^2 |\vec{k}_{em}|^2}{2M}$ は recoil energy R に相当するの
で、(1b)は導けたことになる。

フォトンのエネルギー変化の平均

$$\Delta E(\text{photon}) = \hbar(\mathbf{w}_{em} - \mathbf{w}_{abs}) = -\hbar\vec{k}_{abs} \cdot \vec{v} - 2R$$

フォトンの再放出過程においてその方向を平均すると0になるとし

て、(1b)式の右辺2項目を無視

一般化すると、

$$\Delta E(\text{photon}) = -\hbar\vec{k} \cdot \vec{v} - 2R$$

原子の平均の運動エネルギー変化

$$\Delta E_k(\text{atom}) = \hbar\vec{k} \cdot \vec{v} + 2R \quad (2)$$

$\hbar\vec{k} \cdot \vec{v} < -2R$ なら cooling,

$\hbar\vec{k} \cdot \vec{v} > -2R$ なら heating

散乱断面積と冷却が起こる割合

散乱断面積(原子 1 つ)

$$S(\omega) = \frac{S_0 \left(\frac{1}{2}g\right)^2}{\left[\left(\omega - \omega_{abs}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}g\right)^2\right]} \quad (3)$$

S_0 ; 共鳴するときの断面積

運動エネルギーが変化する割合

入射光が x 軸にそって入ってくる場合

$$\frac{dE}{dt} = \frac{I}{\hbar\omega} S(\omega) (\hbar k v_x + 2R) \quad (4)$$

I ; レーザーのエネルギー密度

Lorentz 関数

$$f(\omega) = \frac{\left(\frac{1}{2}\gamma\right)^2}{\left[(\omega - \omega_{abs})^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma\right)^2\right]}$$

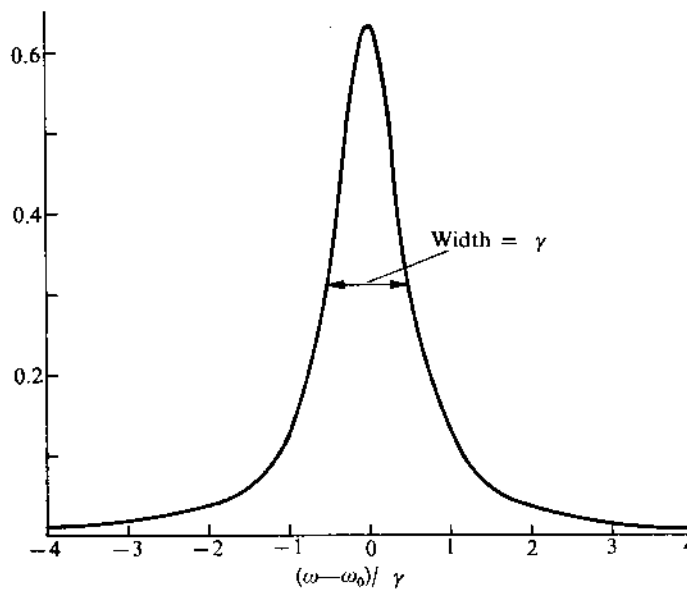


FIG. 2.6. The normalized Lorentzian lineshape function.

1

¹ Rodney Loudon, The Quantum Theory of Light, P63.

散乱断面積（原子が複数個ある場合）

速度分布が Maxwell-Boltzmann 分布に従うとすると

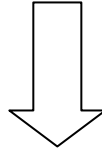
$$s(\mathbf{w}) = s_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left[-(v_x/u)^2\right]}{\sqrt{pu}} \times \frac{dv_x}{1 + \left[(2/g)(\mathbf{w} - \mathbf{w}'_0 - kv_x)\right]^2} \quad (5)$$

$$u = \left(\frac{2k_B T}{M}\right)^{\frac{1}{2}}, \mathbf{w}'_0 = \mathbf{w}_0 + \frac{R}{\hbar}$$

エネルギーが変化する割合

$$\frac{dE}{dt} = \frac{Is_0}{\hbar \mathbf{w}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hbar kv_x + 2R}{1 + \left[(2/g)(\mathbf{w} - \mathbf{w}'_0 - kv_x)\right]^2} \times \frac{\exp\left[-(v_x/u)^2\right]}{\sqrt{pu}} dv_x \quad (6)$$

レーザーの放射が1方向だけ



原子の運動は1方向しかcoolingできない

その他の方向は逆にRecoilによってheatingが起こる

よって実際には、6つレーザービームを $\pm x$ 、 $\pm y$ 、 $\pm z$ 方向にそって
原子ガスに照射

冷却の限界

仮定

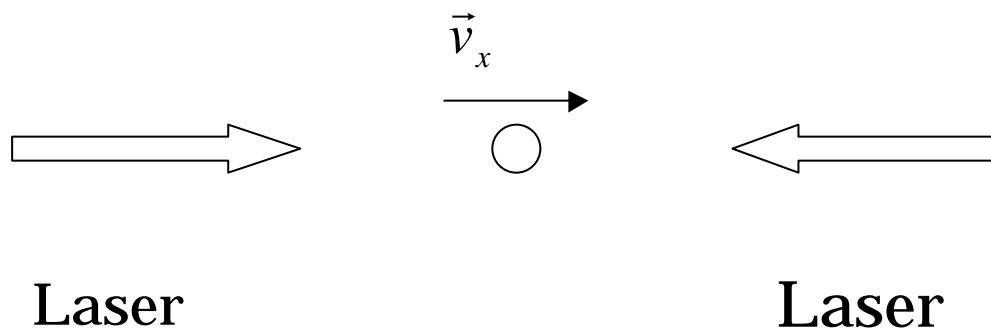
- 相当な冷却が進んでいてドップラー幅は小さい。
- 前に示した 6 方向のレーザー
- レーザーの離調は自然幅程度 $(\omega - \omega_0 \cong -\frac{1}{2}\mathbf{g})$

エネルギー変化の割合(x 方向)

$$\frac{dE_x}{dt} = \frac{I}{\hbar\omega} [\mathbf{s}_+ (\hbar k v_x + 2R) + \mathbf{s}_- (-\hbar k v_x + 2R)] \quad (7)$$

\mathbf{s}_+ ; Laser が原子にあたった場合の散乱断面積

\mathbf{s}_- ; Laser が原子にあたった場合の散乱断面積



$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{\pm} &= \frac{\mathbf{s}_0 (\mathbf{g}/2)^2}{\left[(\Delta \mathbf{w} \mp kv_x)^2 + (\mathbf{g}/2)^2 \right]} \\ &= \frac{\mathbf{s}_0}{\left[\left(\frac{\Delta \mathbf{w}}{\mathbf{g}/2} \right)^2 \mp \frac{2\Delta \mathbf{w} kv_x}{(\mathbf{g}/2)^2} + \left(\frac{kv_x}{\mathbf{g}/2} \right)^2 + 1 \right]} \end{aligned}$$

ただし、

$$\Delta \mathbf{w} = \mathbf{w} - \mathbf{w}'_0$$

$$\mathbf{w}'_0 = \mathbf{w}_0 + R/\hbar$$

$kv_x \ll \mathbf{g}/2$ なので、

$$\mathbf{s}_{\pm} \cong \frac{\mathbf{s}_0}{\left[\left(\frac{\Delta \mathbf{w}}{\mathbf{g}/2} \right)^2 \mp \frac{2\Delta \mathbf{w} kv_x}{(\mathbf{g}/2)^2} + 1 \right]}$$

kv_x でテイラー展開すると、

$$\mathbf{s}_{\pm} \cong \mathbf{s}_0 \left\{ \frac{1}{\left[\left(\frac{\Delta \mathbf{w}}{\mathbf{g}/2} \right)^2 + 1 \right]} \pm \frac{\frac{2\Delta \mathbf{w}}{(\mathbf{g}/2)^2}}{\left[\left(\frac{\Delta \mathbf{w}}{\mathbf{g}/2} \right)^2 + 1 \right]^2} kv_x + \dots \right\}$$

エネルギー変化の割合

$$\begin{aligned}\frac{dE_x}{dt} &\cong \frac{2I\mathbf{S}_0}{\hbar\mathbf{w}} \left\{ \hbar k^2 v_x^2 \frac{2\Delta\mathbf{w}(\mathbf{g}/2)^2}{[\Delta\mathbf{w}^2 + (\mathbf{g}/2)^2]^2} + R \frac{2(\mathbf{g}/2)^2}{\Delta\mathbf{w}^2 + (\mathbf{g}/2)^2} \right\} \\ &= \frac{2I\mathbf{S}_0}{\hbar\mathbf{w}} \frac{2(\mathbf{g}/2)^2}{\Delta\mathbf{w}^2 + (\mathbf{g}/2)^2} \left\{ \hbar k^2 v_x^2 \frac{\Delta\mathbf{w}}{\underline{\underline{\Delta\mathbf{w}^2 + (\mathbf{g}/2)^2}}} + R \right\} \quad (8)\end{aligned}$$

(8) 式の 部に注目する

$$f(\Delta w) = \frac{\Delta w}{\Delta w^2 + (g/2)^2}$$

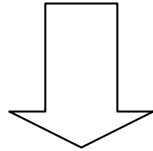
とすると

$$\frac{d}{d(\Delta w)} f(\Delta w) = \frac{(g/2 - \Delta w)(g/2 + \Delta w)}{[\Delta w^2 + (g/2)^2]^2}$$

	$-g/2$		$g/2$	
$f(\Delta w)$	$-\frac{1}{g}$		$\frac{1}{g}$	
$f'(\Delta w)$	0	+	0	-

$\Delta w = -g/2$ のとき

$f(\Delta w)$ が最小になる



$\Delta w = -g/2$ のとき冷却される割合
が一番高い

エネルギー変化の割合 ($\Delta w = -g/2$)

$$\frac{d\langle E_{Kx} \rangle}{dt} = \frac{2I\mathbf{s}_0}{\hbar w} \left(-\frac{\hbar k^2 \langle v_x^2 \rangle}{\mathbf{g}} + R \right) \quad (9)$$

運動エネルギーの最小値

最小の運動エネルギーは $\frac{d\langle E_{Kx} \rangle}{dt} = 0$ のときに得ることがができるので

$$R = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} = \frac{\hbar k^2 \langle v_x^2 \rangle}{\mathbf{g}}$$

$$\frac{1}{2} M \langle v_x^2 \rangle = \frac{\mathbf{g}}{4} \hbar$$

$$\langle E_{Kx} \rangle_{\min} = \frac{\mathbf{g}}{4} \hbar \quad (10)$$

もし原子が Maxwell-Boltzmann 分布に従うとすれば

$$E_{Kx} = \frac{1}{2} k_B T$$

となる。

$g = 2p \cdot 10 \text{ MHz}$ なら、

$$\begin{aligned} T_{\min} &= \frac{2 \langle E_{Kx} \rangle_{\min}}{k_B} \\ &= \frac{2}{k_B} \frac{\mathbf{g}}{4} \hbar \\ &\cong 2.4 \times 10^{-4} \text{ K} \end{aligned}$$

Steven Chu らの実験

VOLUME 55, NUMBER 1

PHYSICAL REVIEW LETTERS

1 JULY 1

Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure

Steven Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, Alex Cable, and A. Ashkin
AT&T Bell Laboratories, Holmdel, New Jersey 07733
(Received 25 April 1985)

We report the viscous confinement and cooling of neutral sodium atoms in three dimensions via the radiation pressure of counterpropagating laser beams. These atoms have a density of about $\sim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ and a temperature of $\sim 240 \mu\text{K}$ corresponding to a rms velocity of $\sim 60 \text{ cm/sec}$. This temperature is approximately the quantum limit for this atomic transition. The decay time for half the atoms to escape a $\sim 0.2\text{-cm}^3$ confinement volume is $\sim 0.1 \text{ sec}$.

PACS numbers: 32.80.Pj

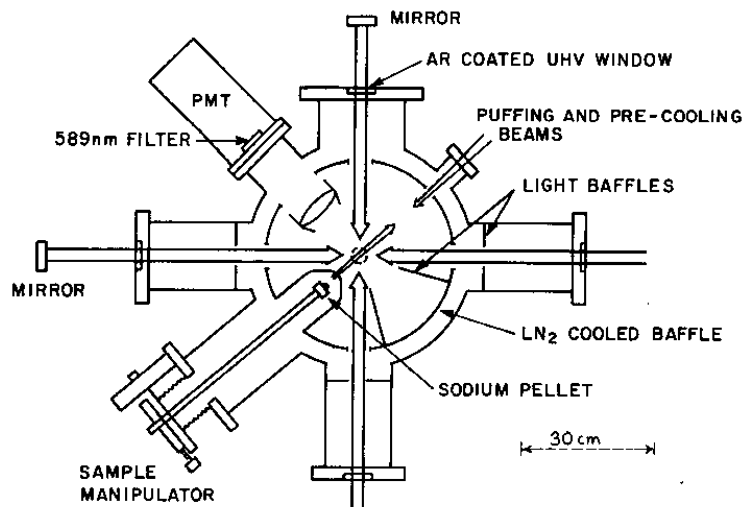


FIG. 1. Schematic of the vacuum chamber and intersecting laser beams and atomic beam. The vertical confining beam is indicated by the dashed circle. The "puffing" beam is from the pulsed YAG laser.

. まとめ

◇ ドップラー冷却の原理の説明

◇ 最適なレーザーの周波数は $\Delta\omega = -g/2$ のとき

◇ 冷却の限界は $\langle E_{Kx} \rangle_{\min} = \frac{g}{4}\hbar$